

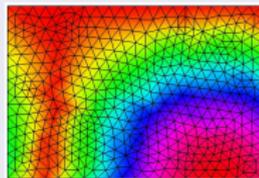
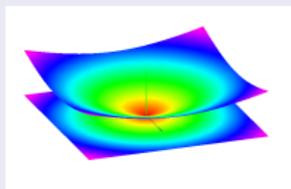
Description topologique des domaines spatiaux
pour le développement d'un code de résolution
par calcul extérieur discret.

Hakim Belhaouari-Ferrier (Laurent Fuchs)
`hakim.belhaouari@univ-poitiers.fr`

juillet 2025

- Partenariat XLIM-ASALI et LaSIE
- Financement 1500€

- Implanter le calcul extérieur discret avec les g-cartes (maillages).
- Utiliser cette implantation pour résoudre des EDP (élasticité linéaire).
- Implanter les opérateurs usuels (Gradient, Rotationnel, Divergence).

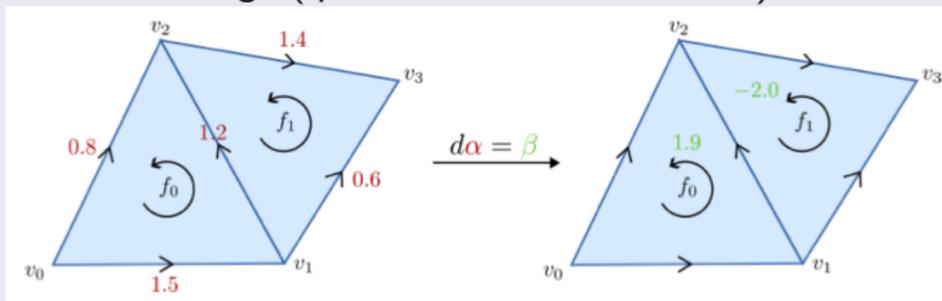


- Alternative à la méthode des éléments finis (FEM).
- Expérimenter : optimisation topologique.

- On définit la dérivée extérieure à partir du théorème de Stokes

$$\int_{\sigma} d\omega = \int_{\partial\sigma} \omega$$

- Sur un maillage (quasi-variété combinatoire), $d = \partial^t$



Le problème à résoudre

$$Lu = f$$

- L un opérateur
- u une solution dans l'espace des solutions V
- f une fonction donnée

Méthode des éléments finis (FEM)

- On discrétise le problème dans un sous-espace V_h de dimension finie
- On définit une base de V_h
- On exprime le problème dans cette base, on obtient une équation matricielle

$$\mathbb{K}U = F$$

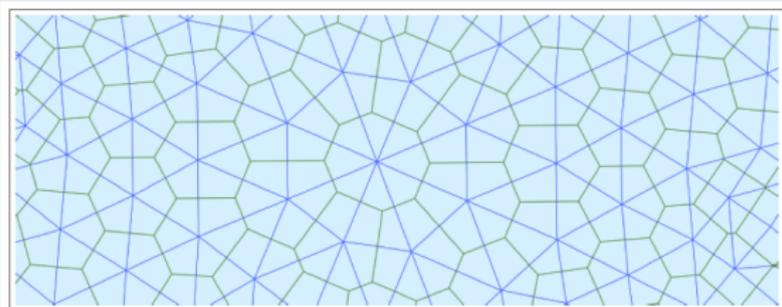
Analyse extérieure discrète (DEC)

- On discrétise l'opérateur L .
- Construction d'opérateurs discret (gradient, rotationnel, divergence, ...) à partir de la dérivée extérieure.

$$\mathbb{L}U = F$$

Avec \mathbb{L} l'opérateur discret.

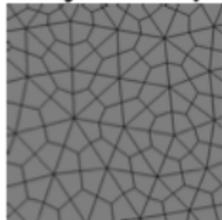
- Respect de propriétés topologiques : $d \circ d = 0$
- L'opérateur de Hodge \star impose l'utilisation du maillage dual.



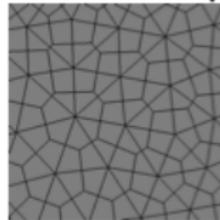
DEC : "Problèmes" à considérer

Construire la géométrie du maillage dual

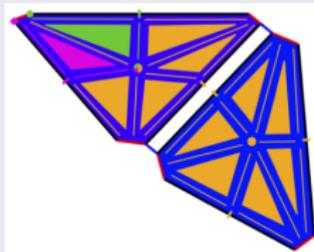
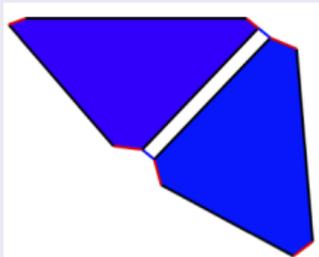
Barycentrique



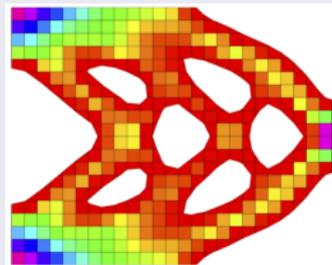
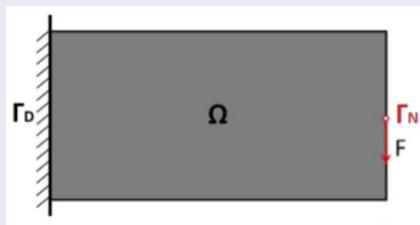
Circoncentrique



Définir la topologie du maillage dual à partir du maillage primal



Applications : optimisation topologique



Bilan et perspectives

- On y est presque ! Premier prototype qui fonctionne (thèse de S. Toujja)
- On continue ! Passer (vraiment) en 3D, mieux gérer le maillage dual, améliorer les performances.